

6. EmsLändische Mathematik Olympiade (ehemals GraMO)



Material für die Klassen 5/6

Euch werden nun drei Aufgaben zur schriftlichen Bearbeitung vorgelegt. Jede Aufgabe wird auf einem einzelnen Zettel bearbeitet (also müsst ihr bei drei Aufgaben mindestens drei Zettel benutzen). Achtet auf eine saubere und lesbare Bearbeitung und eine gute Dokumentation (vgl. untenstehende Bewertungsmatrix). Notiert zudem auf jeden Zettel die Schule und die Namen! Für die schriftliche Bearbeitung bekommt ihr 60 Minuten Zeit (ohne Taschenrechner). Die besten drei Mannschaften werden am Ende der Veranstaltung im Rahmen der Siegerehrung geehrt.

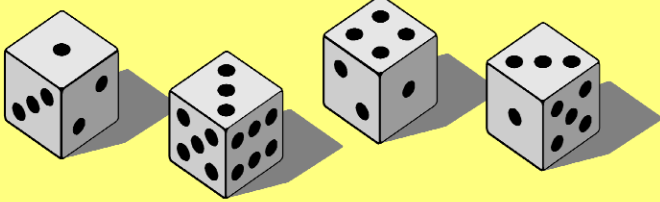
Bewertungsmatrix für die Lösungen jeder Aufgabe:

	Erreichbare Punkte	Erzielte Punkte
Formale Bewertung	20	
Sauberkeit, Lesbarkeit	10	
Strukturierung, Dokumentation	10	
Inhaltliche Bewertung	80	
Summe	100	

Aufgaben

Aufgabe 1: (von 3)

Spielregel



Du darfst so lange würfeln, bis eine Zahl zum zweiten Mal erscheint, z.B. 1 – 3 – 4 – 3 – Stopp!

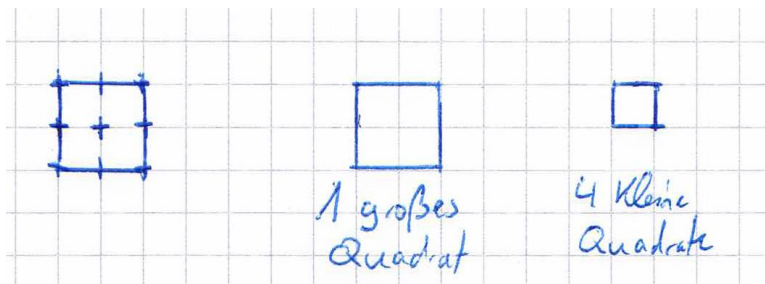
Du darfst dir dann so viele Punkte aufschreiben, wie du zusammen gewürfelt hast, im Beispiel 11 Punkte.

eine Spielidee von TIMO LEUDERS

- a)** Hanna hat bis jetzt 2 – 1 – 5 gewürfelt. Gib die Zahlen an, bei denen das Spiel mit dem nächsten Wurf beendet wäre.
- Betrachtet wird in den folgenden Aufgaben immer ein ganz neuer Spielverlauf.
- b)** Schreibe einen Spielverlauf auf, bei dem Hanna 10 Punkte bekommt.
- c)** Bestimme die Anzahl aller Spielverläufe, mit denen 10 Punkte erreicht werden.
- d)** Gib die höchste und die niedrigste Punktezahl an, die in einem Spiel erreicht werden können.
- e)** Alle Punktzahlen zwischen der höchstmöglichen und der tiefstmöglichen können erreicht werden – bis auf eine. Gib begründet an, welche es ist.

Aufgabe 2: (von 3)

In einem 2×2 -Quadrat werden jeweils durch kleine Kreuze Gitterpunkte markiert. Gesucht werden alle Quadrate, die Gitterpunkte als Eckpunkte haben und deren Seiten parallel zu den Seiten des Ausgangsquadrats liegen. Die Frage ist nun, wie viele Sorten von Quadraten es dann gibt und wie viele Quadrate es insgesamt gibt. Man kann sich die Situation wie in den folgenden Zeichnungen verdeutlichen und sieht, dass es in einem 2×2 -Quadrat zwei verschiedene Sorten von Quadraten gibt. Insgesamt sind es fünf Quadrate, die man finden kann.



- a) Zeichne nun auf kariertem Rechenpapier ein 4×4 -Quadrat und markiere durch kleine Kreuze die 25 Gitterpunkte. Gesucht werden nun alle Quadrate, die Gitterpunkte als Eckpunkte haben und deren Seiten parallel zu den Seiten des Ausgangsquadrates liegen. Wie viele Sorten (Größen) von Quadraten gibt es? Wie viele Quadrate gibt es insgesamt?
- b) Gib an wie viele Quadrate es bei einem 5×5 -Quadrat insgesamt gibt.
- c) Gib an, wie viele Quadrate es bei einem 7×7 -Quadrat insgesamt gibt.

Aufgabe 3: (von 3)

Unter Teilbarkeit versteht man die Division ohne Rest. So ist die 24 durch 8 teilbar, weil dies 3 ergibt und kein Rest übrig bleibt. Die 25 ist nicht durch 2 teilbar, weil dort ein Rest von 1 entstehen würde. $25:2=12$ Rest 1.

Wir untersuchen die Summe aufeinanderfolgender Zahlen auf ihre Teilbarkeit.

- a)** Wenn man drei aufeinanderfolgende Zahlen addiert, so ist die Summe stets durch 3 teilbar. Zeige dies an drei Beispielen und begründe dann, warum diese Tatsache immer gilt.
- b)** Untersuche, ob die Summe von vier aufeinander folgenden Zahlen immer durch vier teilbar ist.
- c)** Untersuche, ob die Summe von fünf aufeinander folgenden Zahlen immer durch fünf teilbar ist.