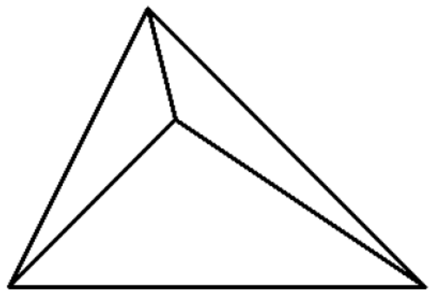
Aufgabe 1:

Der Flächeninhalt eines Dreiecks berechnet sich bekanntermaßen wie folgt:

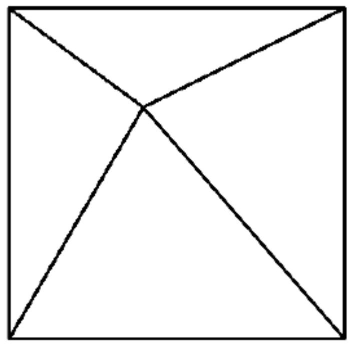
Man multipliziert die Länge einer Grundseite mit der Länge der zugehörigen Höhe und dividiert das Ergebnis durch 2.

a) Wählt man nun irgendeinen Punkt im Innern eines Dreiecks und verbindet diesen mit den drei Eckpunkten, so entstehen drei Teildreiecke.



- Wie muss man die Lage dieses inneren Punktes wählen, dass sich die Flächeninhalte beispielsweise verhalten wie 50 : 30 : 20?
- Findet man für **jedes beliebige** Flächenverhältnis einen geeigneten Punkt im Innern?

b) Die gleiche Fragestellung beim Quadrat:



- Kann man hier einen inneren Punkt so wählen, dass sich die Flächeninhalte der vier Dreiecke z. B. verhalten wie 40 : 25 : 20 : 15?
- Ist eine solche Aufteilung des Quadrats in vier Dreiecke **immer oder nur für bestimmte** Zahlenverhältnisse möglich?

Aufgabe 2:

a) Berechne die Summe der 9 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen von 28 bis 36.

b) Beweise: Wenn eine natürliche Zahl a durch 4 teilbar ist, dann ist die Summe der 9 aufeinanderfolgenden, mit a beginnenden natürlichen Zahlen durch ($4 \cdot 9 =$ ¿) 36 teilbar.

c) Stelle fest, ob es eine durch 5 teilbare natürliche Zahl a ungleich null und eine natürliche Zahl n mit n > 1 derart gibt, so dass die Summe der n aufeinanderfolgenden, mit a beginnenden ganzen Zahlen durch $5 \cdot n$ teilbar ist.

d) Beweise: Für jede natürliche Zahl a mit a > 0 gibt es eine ganze Zahl n mit n > 1 derart, dass die Summe der n aufeinanderfolgenden, mit a beginnenden ganzen Zahlen durch $a \cdot n$ teilbar ist.

Hinweis: Wenn man die Summe aus den ersten natürlichen Zahlen bildet (z. B. 1+2+3+4+5+6+7+8+9), so kann man diese einfach dadurch ausrechnen, dass man die letzte Zahl mit ihrem Nachfolger multipliziert und das Ergebnis dann durch 2 teilt. Im Beispiel: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=\frac{9 \cdot 10}{2}=45$ – probiere mal, ob's stimmt.

Aufgabe 3:

Eine besondere Abstimmung:

Auf einer Vereinsversammlung der Grafschafter-Jugend steht die Entscheidung an, welche der Bands **A-sound (A)**, **B-power (B)** und **C-engine (C)** für die nächste Vereinsfeier gebucht werden soll. Da Vereinsmitglieder in den Bands mitspielen, soll nicht offen abgestimmt werden; es sind aber auch keine Stimmzettel vorbereitet worden. „Kein Problem", meint Daniela, „Ich werde die drei Bands gleich nacheinander zur Abstimmung stellen, und ihr sagt jedes Mal entweder „ja" durch Heben einer Hand oder „nein" durch Nichtstun. Enthaltungen gibt's nicht. Damit nicht verfolgt werden kann, wer welche Band möchte, werden eure Antworten aber eventuell gelogen sein. Hat sich erst einmal jeder für genau eine der Bands entschieden?" Nach allgemeinem Kopfnicken erklärt sie ihr Abstimm-System: „A-sound-Fans lügen nie. B-power-Unterstützer lügen immer. Wer C-engine hören will, lügt genau 1-mal, aber nicht gleich bei der ersten Abstimmung. Wenn ihr euch alle daran haltet, sehe ich hinterher klar." Daniela fragt dann wie geplant zuerst „Bist du für A-sound?", dann „Bist du für B-power?", schließlich „Bist du für C-engine?" und zählt jedes Mal die Personen, die eine Hand heben.

a) Bent beobachtet seine Nachbarin Angelina und hält ihr nach der 3-stufigen Abstimmung vor: „Du hast dich überhaupt nicht gemeldet. Enthaltungen sind doch verboten!" Untersucht, ob Bents Vorhaltung berechtigt ist.

b) Geht davon aus, dass sich alle Anwesenden an Danielas Verfahren halten. Untersucht, inwieweit Daniela aus ihren drei Zählergebnissen das eigentliche Abstimmungsergebnis erschließen kann.

Aufgabe 4:

Dominosteine

Mit Dominosteinen (die Augenzahlen darauf spielen keine Rolle) kann man Rechtecke der Breite 2 und der Länge 1, 2, 3, 4, … bilden.

In der Abbildung sind alle möglichen Anordnungen der Dominosteine für Rechtecke der Längen 1, 2 und 4 angegeben. Es gilt also zwei verschiedene Anordnungen für die Länge 2 und fünf Anordnungen für die Länge 4.

a) Zeichne alle möglichen Anordnungen für Rechtecke der Längen 3, 5, 6 und 7.

b) Was stellst du fest? Begründe deine Behauptung.

c) Wie viele Anordnungen gibt für ein Rechteck mit der Länge 20?