Problem des Monats Juni

Die sechs Freunde Albert, Bernd, Christian, Doreen, Erika und Franziska spielen in der großen Pause immer Gummihopse.

Die Freunde überlegen sich nun Folgendes: Gummihopse können sie nur zu dritt spielen. Die Freunde finden es gut, wenn in jeder Dreiergruppe sowohl Mädchen als auch Jungen sind.

a) Wie viele verschiedene Dreiergruppen sind möglich?

Wir unterscheiden zwei Fälle:

1. Dreiergruppe mit zwei Jungen und einem Mädchen
2. Dreiergruppe mit zwei Mädchen und einem Jungen

1. Fall: Dreiergruppe mit zwei Jungen und einem Mädchen

Für zwei Jungen gibt es 3 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{3\cdot 2}{2} = 3$). Für ein Mädchen bleiben dann noch 3 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 3 = 9$$

2. Fall: Dreiergruppe mit zwei Mädchen und einem Jungen

Für zwei Mädchen gibt es 3 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{3\cdot 2}{2} = 3$). Für einen Jungen bleiben dann noch 3 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 3 = 9$$

Es gibt damit insgesamt 18 Möglichkeiten.

Gerda hat schon oft beim Gummihopsespiel zugesehen und möchte gern mitspielen. Die sechs Kinder haben nichts dagegen, da ihr Spiel jetzt noch abwechslungsreicher wird.

b) Wie viele unterschiedliche Dreiergruppen sind nun möglich?

Wir unterscheiden wieder zwei Fälle:

1. Fall: Dreiergruppe mit zwei Jungen und einem Mädchen

Für zwei Jungen gibt es 3 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$). Für ein Mädchen bleiben dann noch 4 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 4 = 12$$

2. Fall: Dreiergruppe mit zwei Mädchen und einem Jungen

Für zwei Mädchen gibt es 6 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$). Für einen Jungen bleiben dann noch 3 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 3 = 18$$

Es gibt damit insgesamt 30 Möglichkeiten.

Außer Gerda kommen jetzt noch zwei weitere Kinder dazu. Es sind immer unterschiedliche viele Mädchen und Jungen.

c) Untersuche je nach Geschlecht der Kinder, wie viele Möglichkeiten nun denkbar sind.

1. Fall: 2 Mädchen kommen hinzu

Wir unterscheiden wieder zwei Fälle:

1.1 Fall: Dreiergruppe mit zwei Jungen und einem Mädchen

Für zwei Jungen gibt es 15 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$). Für ein Mädchen bleiben dann noch 3 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 3 = 45$$

1.2 Fall: Dreiergruppe mit zwei Mädchen und einem Jungen

Für zwei Mädchen gibt es 3 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$). Für einen Jungen bleiben dann noch 6 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 6 = 18$$

Es gibt damit insgesamt 63 Möglichkeiten.

Diese Anzahl an Möglichkeiten ergibt sich auch für den Fall, dass 3 Mädchen hinzu kommen.

2. Fall: 2 Jungen kommen hinzu

2.1 Fall: Dreiergruppe mit zwei Jungen und einem Mädchen

Für zwei Jungen gibt es 10 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$). Für ein Mädchen bleiben dann noch 4 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{5 \cdot 4}{2} \cdot 4 = 40$$

2.2 Fall: Dreiergruppe mit zwei Mädchen und einem Jungen

Für zwei Mädchen gibt es 6 verschiedene Möglichkeiten, weil die Reihenfolge keine Rolle spielt ($\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$). Für einen Jungen bleiben dann noch 5 verschiedene Möglichkeiten, also insgesamt:

$$\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 5 = 30$$

Es gibt damit insgesamt 70 Möglichkeiten.

3. Fall: 1 Junge und 1 Mädchen kommen hinzu

Die gleiche Anzahl erhält man für den Fall ein Mädchen und ein Junge kommen hinzu.
Der Fall ist letztlich analog zu Fall 2 (nur mit 5 Mädchen und 4 Jungen statt mit 5 Jungen und 4 Mädchen).